



Prácticas del capítulo II.1

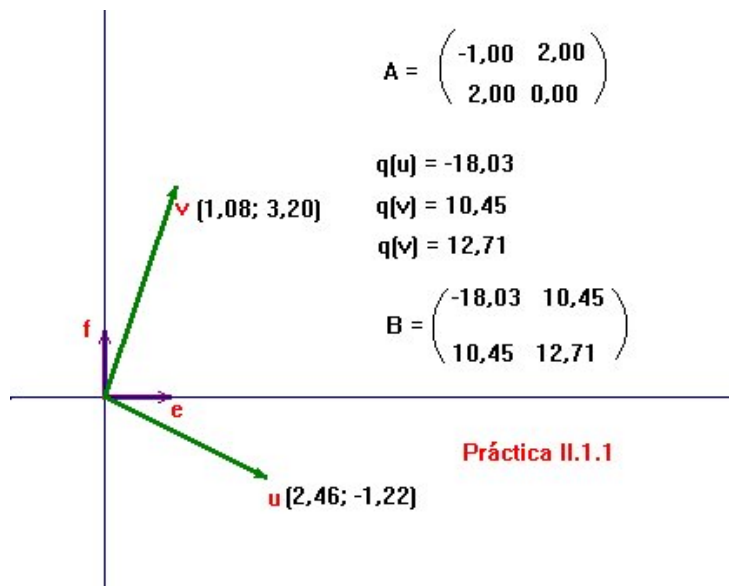
Índice

- §1 Matrices congruentes
 - §2 Rectas totalmente isotrópicas
 - §3 Clasificación de involuciones en una recta
-



Práctica II.1.1

Matrices congruentes

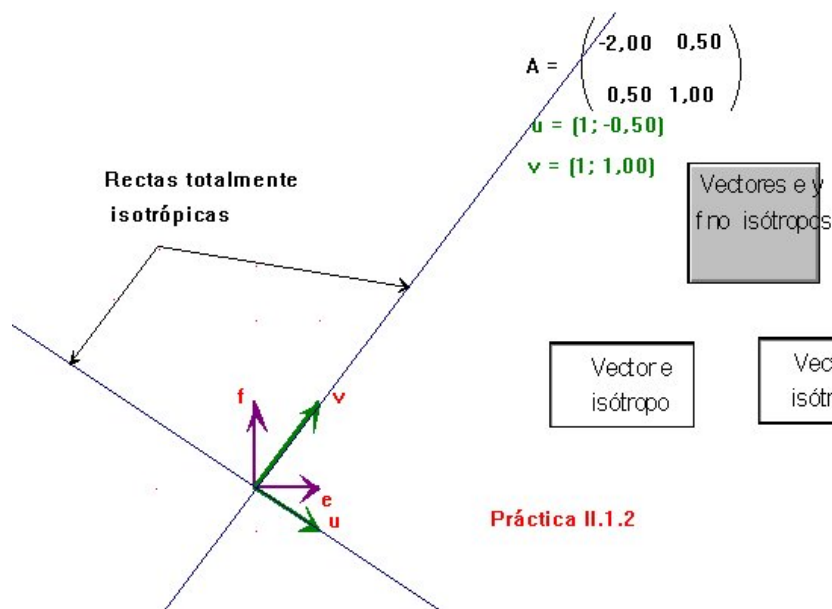


Enunciado De una forma cuadrática q en \mathbb{R}^2 se conoce su matriz A respecto de la base canónica $\{e, f\}$. Hállese la matriz B de q en la base $\{u, v\}$.

Indicaciones No se precisan indicaciones.

Práctica II.1.2

Rectas totalmente isotrópicas

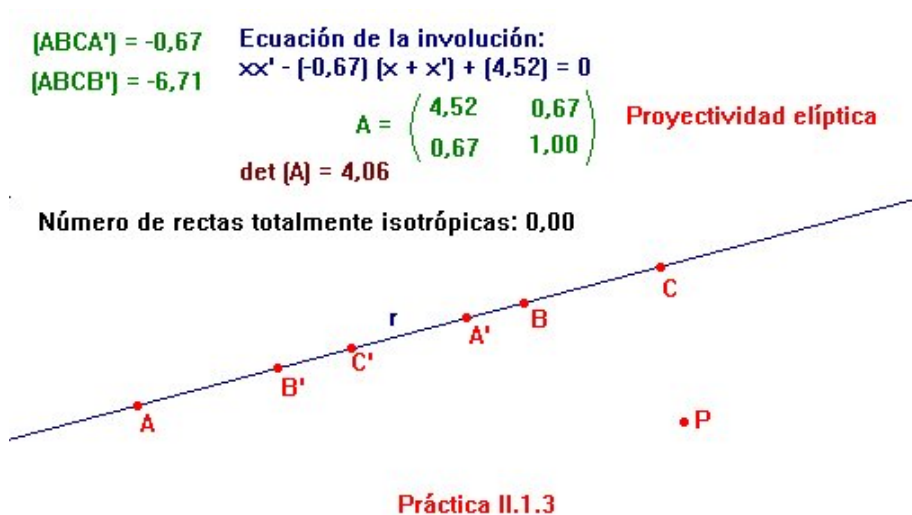


Enunciado De una forma cuadrática q que hace de \mathbb{R}^2 un plano hiperbólico se da la matriz A respecto de la base canónica. Trácese las rectas totalmente isotrópicas cuya existencia asegura el [lema II.1.2](#).

Indicaciones El método de cálculo del par hiperbólico que se vio en los apuntes depende de si los vectores e y f de la base original son isotrópicos o no. Por eso conviene realizar los cálculos en cada caso y usar los botones de la versión II Plus de CABRI para que se oculten o se muestren las rectas deseadas. En versiones anteriores del programa no existe esta funcionalidad, por lo que el resultado se afeará un poco al aparecer mensajes de *No existente* en el espacio de trabajo.

Práctica II.1.3

Clasificación de involuciones en una recta



Enunciado De una involución σ en una recta r se conocen las imágenes A' y B' de dos puntos distintos y no unidos A y B . Obténganse los siguientes resultados:

- i) La ecuación general de σ .
- ii) La matriz A de la forma cuadrática q de \mathbb{R}^2 inducida por σ .
- iii) El número de rectas totalmente isotrópicas de q .
- iv) La clasificación de σ .

Indicaciones Usando la macro de la [práctica I.4.5](#) pueden obtenerse las razones dobles $(ABCA') = \alpha$ y $(ABCB') = \beta$ con C cualquier punto de r que haga las veces de punto unidad en un sistema $\{A, B; C\}$. Ahora de σ se sabe que tiene a α por punto límite y que aplica el punto de abscisa 0 (el B) en el de abscisa β . Teniendo en cuenta que se trata de una involución de ecuación general

$$\lambda xx' + \mu(x + x') + \zeta = 0,$$

ya hay suficientes datos para calcular los coeficientes.

Como se vio en los apuntes, la matriz de la forma cuadrática inducida por σ tendrá la forma

$$A = \begin{pmatrix} \zeta & \mu \\ \mu & \lambda \end{pmatrix}.$$

Para una forma cuadrática de este tipo solo hay dos opciones, o tiene dos rectas totalmente isotrópicas o no tiene ninguna (razónese el por qué). Esta afirmación depende del signo del determinante de A .

En la resolución de la parte iv) se ha utilizado la siguiente artimaña. Colóquese cualquier punto P que no pertenezca a r y hállese su imagen P' por la homotecia de centro C y razón γ , donde γ es el número de rectas totalmente isotrópicas de q (el cual coincide con el número de puntos dobles de σ). Si $\gamma \neq 0$, esta imagen homotética caerá fuera de r , mientras que $P' \in r$ si $\gamma = 0$. Aplíquese la propiedad *Pertenece?* de CABRI al punto P' y a la recta r y modifíquese adecuadamente el texto para que exhiba *proyectividad hiperbólica* o *proyectividad elíptica*, según el caso.

